

星間物理学特論

今井 裕

(鹿児島大学大学院理工学研究科物理科学専攻)

星間物理学

(interstellar astrophysics) とは？

- 星(と星に類似した天体)本体やその集団である銀河全体よりは、むしろ、星間空間(interstellar space)で 起こる 物理学的諸現象について取り扱う。
- 重力以外の力の作用が支配的になる
- 星間現象から星や銀河についての理解が深まる

本講義では、宇宙メーザー (astrophysical microwave amplification by stimulated emission of radiation) そのものと同関連現象について注目する。

何故宇宙メーカーの講義なのか

- 天文学の基本知識： 独学して下さい
 - 普及書・啓蒙書、いっぱいあります。
 - 教科書：シリーズ「現代の天文学」(日本評論社)
- 天文学／天体物理学研究への入り口へ誘う
 - 天文学の基本知識と研究の最前線との間の ミッシング・リンク (迷宮ともいう)を埋める
- 宇宙メーカー = 天文学／天体物理学研究における大テーマへの アプローチ法の一つ
 - 鹿大で進めている
 - 他のアプローチ法を開拓する一助になる？

卒業研究と何が違う？

- 「とにかく観測してみよう！」で話しが済んだ
 - 観測対象と研究テーマとの間のミッシング・リンクに苦しむ
奇麗な天体像・奇麗な光度曲線、新天体発見、
だけど、それってどんな意味があるの？
僕の(私の)知りたかった宇宙に関することは何だろうか
(最初からあまり深く考えていなかったのでは)？
 - データ処理／分析方法は分かった！
次は何をすれば良いの？
- 今度は研究アプローチ法を自分で模索しよう！
 - データ分析方法の開拓が新発見を生み出す
 - 推理／推測の訓練：自分が研究したいテーマとの関連付け

本講義のテーマ

- 「メーザーを観測して、何が分かるの？」(by M氏)
「何が分かるの」って一体どういう意味で使っている？
 1. 「その特定天体についてどんな新知見が得られるの？」
 2. 「その特定天体に関するどんなことが分かるの？」
 3. 「どんな天体について関係あるの？」
 4. 「どんな研究分野に関係するの？」
 5. 「何が楽しいの？」
- 1つずつそれらの答えを一緒に模索します。

講義／実習予定

1. 講義「星間物理学」の概要(本日)
2. 輻射輸送方程式と宇宙メーザー放射
3. 宇宙メーザー励起の仕組み
4. 宇宙メーザーと星間物理学
5. 宇宙メーザーと星形成過程
6. 宇宙メーザーと恒星質量放出
7. 宇宙メーザー源を指標とした銀河系天文学
8. 宇宙メーザーと活動銀河中心核・スターバースト
9. 宇宙メーザーと宇宙論・宇宙の化学進化
10. 宇宙メーザー観測の実際I. 探査・モニター観測
11. 宇宙メーザー観測の実際II. VLBI(超長基線電波干渉法)観測
12. まとめ: 宇宙メーザーを通して探求する宇宙(討論会)

講義中に演習あり

レポート2回提出
(5月、7月末日締め切り)

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

1. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

分子ガスがレーザー放射をするためには、エネルギーが供給されなければならない。分子同士の衝突によるエネルギーの獲得は、「衝突励起」と呼ばれる。星間空間で見られる水蒸気レーザー放射の場合、水蒸気分子同士の衝突によって、この衝突励起がなされる。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

2. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

珪素(Si)は、地球上では岩石を成す主成分の1つである。星間空間では、Siは一酸化珪素(SiO)分子として存在し、レーザー放射をすることがある。SiOは恒星の中で形成され、その表面から星間空間へと放出される。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

3. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

星間空間でレーザー放射をする水酸基(OH)は、 H_2O と異なり、酸素原子の最外殻に共有結合をしていない電子が存在する。OH分子を大量に含む星間ガス雲が平行な磁力線に貫かれていると、磁力線に沿ってそのガス雲が動き出す。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

4. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

レーザーは、その名の通り、増幅された可視光放射である。
レーザー放射する1つのガス雲からやって来るレーザー放射については、その雲のどこからやって来た放射も波面が揃っている。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

5. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

レーザー放射を分光すると、連続スペクトルが得られる。観測されるドップラー効果から、そのレーザー放射源の温度と密度が分かる。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

6. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

宇宙メーザーにおいては、背景光源からやって来る電波を手前のガス雲において増幅することも起こり得る。その時、背景光源から放射された電波の周波数は、手前のガスの運動によってドップラー効果を受けて変化する。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

7. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

水蒸気レーザーの強度を測定していると、たった1日の間に強度変動を示すことがある。その強度変化から、レーザー放射源のサイズは1光日(約260億km)くらいだと分かる。ちなみに、そのレーザー放射源のガス雲の物理温度は1,000 K程度である。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

8. 下文中の誤りを指摘し、誤りを直しなさい。

脈動変光星の光度変化に対応して、水酸基(OH)　　メー
　　ザーの強度も変化するが、赤外線放射の光度変化より
も数日遅れて変化する。このことから、OHメーザー放射
発生源は脈動変光星から数光日の距離にあると推定さ
れる。その場所では、水蒸気(H₂O)分子が宇宙背景電
波に曝されてOH分子へと解離する。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

9. 下文中がどうして誤りなのか説明しなさい。

巨大なブラックホール(BH)の周りを回転するガス円盤の中で水蒸気(H_2O)レーザー源が発見された。そのBHの質量は 10^7 太陽質量で、 H_2O レーザー放射はそこから距離 10^5 天文単位の場所に存在する。そのことから、 H_2O レーザー放射領域は 300 km/sでケプラー回転していることが推定された。

宇宙に関する基礎知識を確認するための問題

10. 下文中がどうしても誤りなのか説明しなさい。

エタノール(CH_3OH)メーザーが星形成領域で見られる。

そのメーザー強度からその領域に含まれるガスの質量を見積もろうと試みた。しかし、メーザー放射強度は必ずしも CH_3OH 分子の総数に比例しているとは言えない。そこで、メーザー領域の分子個数密度を 10^{28} 個 cm^{-3} として、見かけのメーザー放射分布範囲から推定してみると、10太陽質量くらいになった。

第2章

輻射輸送方程式と宇宙メーザー放射

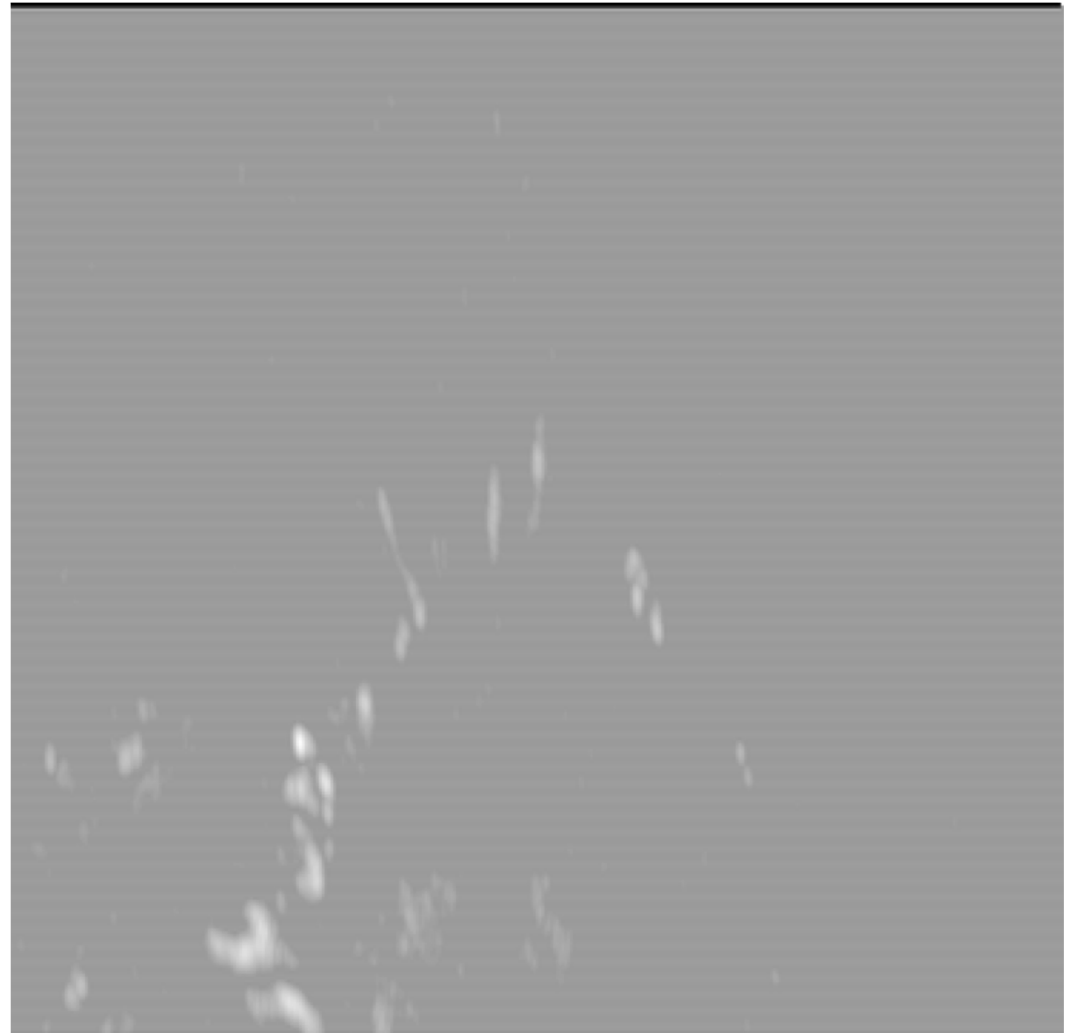
- メーザー理論を避けて通れない理由
- 輻射輸送方程式 (radiative transfer equation) とメーザー
- 状態個数方程式 (population equation) とメーザー

※宇宙メーザーに関するキーワード

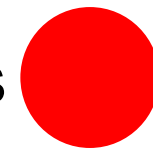
1. 非熱力学的平衡状態 (**non thermodynamical equilibrium**)
エネルギー状態分布の反転 (**level inversion**)
2. メーザー励起 (**maser excitation**)
= エネルギー状態分布のくみ上げ (**pumping**)
+ エネルギー状態密集からの開放 (**decay**)
3. メーザー発光の増幅 (**amplification**) と
放射方向の絞り込み (**beaming**)

メーザー理論を避けて通れない理由

- どうしてリング状に見えるの？
- どうして多数スポットが
見えるの？
- どうして動きが複雑なの？
- 実際のガスの動きは？
- どうしてこの星に(だけ)
メーザーが見えるの？
- メーザー発光するこの星の 正
体(=内部構造)は？
- この星は(数億年前に)何処で
どうやって生まれたの？
- この星が生まれた頃の
宇宙の様子は？



SiO masers
in TX Cam

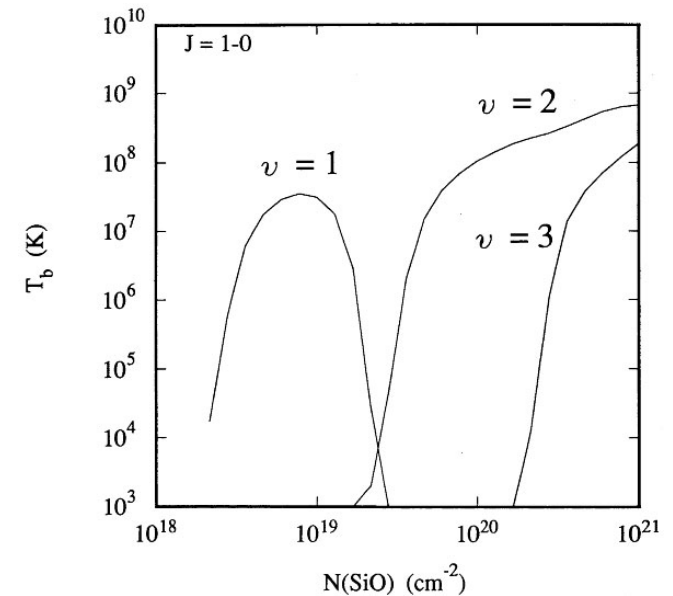
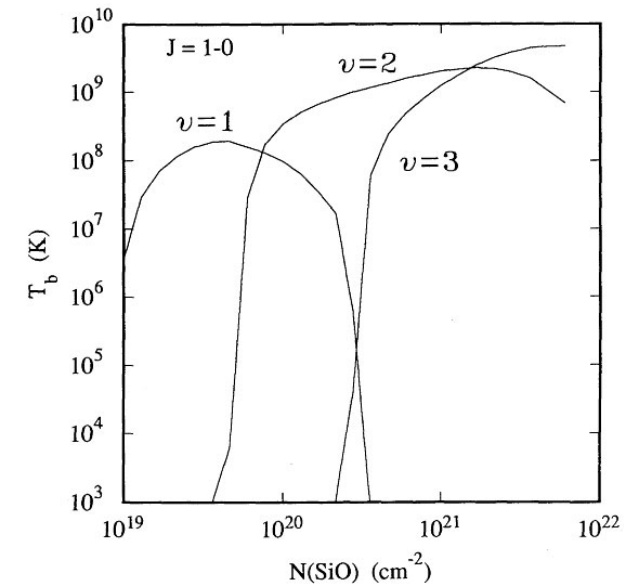


赤色超巨星
光球サイズ

(Diamond & Kembell 2003)

メーザー理論を避けて通れない理由

- 予想も立てずに観測すること＝「無謀」
 - 「予想を立てる」＝「モデルを立てる」
 - 立てたモデルから、実際にどのように観測されるのか予想する
 - 「実際の現象」＝「モデルで再現される現象」
 - ⇒ その現象が起こっていると推定できる
 - ⇒ **新しく仮説に基づく場合＝新発見**
 - ※できるだけ正確なモデルであるほど高確率
 - ※観測量を予言できればより注目される
 - 「実際の現象」≠「モデルで再現される現象」
 - ⇒ その現象は起こっていないことになる
 - ⇒ **他の可能性を絞る込むことができない**
(できれば最初からできていた)
 - ⇒ **観測データだけが残る**
- 「面白い！」と思う人(＝面白いモデルを立てる)が出現しなければゴミと化す



SiO maser model
(Lockett & Elitzur 1992)

熱力学的平衡 (thermodynamical equilibrium)

熱力学的物理量(温度・エネルギー)が一定量に保たれる状態

- エネルギー収支がゼロの状態
- エネルギーの注入⇨速やかなエネルギーの開放／元の状態へ

熱化(thermalization)

- 物体(流体)中でのエネルギー(熱)伝達の方法
 1. 原子／分子間の衝突 (固体 >> 液体 >> 気体)
 2. 対流(液体 >> 気体) ※一種の運動エネルギーによるE運搬
 3. 電磁波の放射／吸収
※エネルギー伝達の媒体は光子／電磁波
- 気体における理想的な熱力学的状態: **黒体 (black body)**
 - 熱収支がない
 - ⇨ E放射がないのだからその物体は真っ黒に見えるはず
 - 上記1,3が瞬時に行われる⇨ 十分な数の粒子数と光子数
 - 粒子状態数はボルツマン分布になっているはず
 - 電磁波放射強度分布はプランク関数に従っているはず

統計熱力学を思い出そう

- 気体中の粒子は様々なエネルギーを持つ
- ボルツマン分布 (Boltzmann distribution)

$$\frac{n_1}{N} = g_1 e^{-\frac{E}{kT}}, \quad N = \sum_i n_i, \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \leq 1, \quad \Delta E = E_1 - E_2 \geq 0$$

- プランク関数 (Planck function)

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

- レイリー・ジーンズ近似 (Raileigh-Jeans approximation)

$$B_\lambda(T) \approx \frac{2kcT}{\lambda^4} \text{ for } hc/k\lambda T \text{ (} h\nu/kT \text{)} \ll 1$$

- ウィーン近似 (Wien approximation)

$$B_\lambda(T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/k\lambda T} \text{ for } hc/k\lambda T \text{ (} h\nu/kT \text{)} \gg 1$$

ウィーン近似の式から
ウィーンの変位則を
導出しなさい

線スペクトルへの道： 量子力学と分光学を思い出そう

- エネルギー状態の離散化：エネルギー準位

$$\Delta E = h\nu$$

- 電磁波の放出：より低いエネルギー準位へ
- 電磁波の吸収：より高いエネルギー準位へ

- 電子励起状態

- n 小：赤外線よりも短波長
- n 大：再結合線

$$\Delta E = h\nu = hcR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$
$$n, m = 1, 2, 3, \dots \quad n < m$$

R : Rydberg constant

- 分子の振動励起状態間の遷移：赤外線放射

主に分子中原子間距離の伸縮のモード

- 分子の回転励起状態間の遷移：電波放射

- 分子回転軸の取り方により
様々なモードがある

$$E_{rot} = hBJ(J+1), \quad B = \frac{h}{8\pi^2 I}$$

$$\Delta E = \begin{cases} 2h(J+1)B & \text{for}(J \leftrightarrow J+1) \\ 2hJB & \text{for}(J \leftrightarrow J-1) \end{cases}$$

2原子分子の場合

(J : 回転量子数, I : 慣性モーメント)

分光学的に見た熱力学的平衡

- 統計学的平衡 (statistical equilibrium) $\frac{dn_i}{dt} = 0, i = 1, 2, 3, \dots$
各エネルギー準位中の粒子数の増減が常にゼロになる
- 観測される天体放射：
輻射輸達方程式 (radiative transfer equation) から導出

※理想的熱力学的平衡における矛盾

エネルギー収支がゼロ

⇔ (閉鎖系から開放される) 放射が観測される

我々が観測できる電磁波を放つ天体は

必ず熱源 (エネルギー注入源) を伴う

星間分子雲を光らせる熱源は？

局所熱力学的平衡

(local thermodynamical equilibrium, LTE)

- 基本的には黒体と同じだと近似する
 - 黒体表面からエネルギーがしみ出している
 - エネルギー支出はごくわずか
- ⇒ (局所的には) 熱力学的平衡が維持されると近似できる
- 長期間安定して存在するはず

LTE状態にあるとみなせる
天体を挙げなさい

星間雲はLTE状態と言える？

- 希薄な粒子密度
 - $n_H = 1^0 - 10^{10} \text{ cm}^{-3} \ll N_A$ (アボガドロ数) $= 6.02 \times 10^{23}$
 - エネルギーのやりとりがのろい $t \sim 10^4 \text{ years}$
 - 影響も受けにくいが反応も鈍い
- 広大な星間空間
 - 分子雲 $R \sim 1 \text{ pc} = 3 \times 10^{16} \text{ m}$, $M \sim 100 M_{\text{sun}} = 2 \times 10^{32} \text{ kg}$
 - 分子雲全体で見た場合はLTEとみなせる場合がある

復習：放射輸達方程式

1. 天体放射の巨視的描像

$$dl_\nu = \epsilon_\nu dl - l_\nu \kappa_\nu dl$$

$$\frac{dl_\nu}{dl} = \epsilon_\nu - l_\nu \kappa_\nu$$

$$d\tau_\nu = -\kappa_\nu dl$$

$$\frac{dl_\nu}{d\tau_\nu} = -\frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} + l_\nu = -S_\nu + l_\nu$$

ϵ_ν : (自然)発光係数 (emission coefficient)

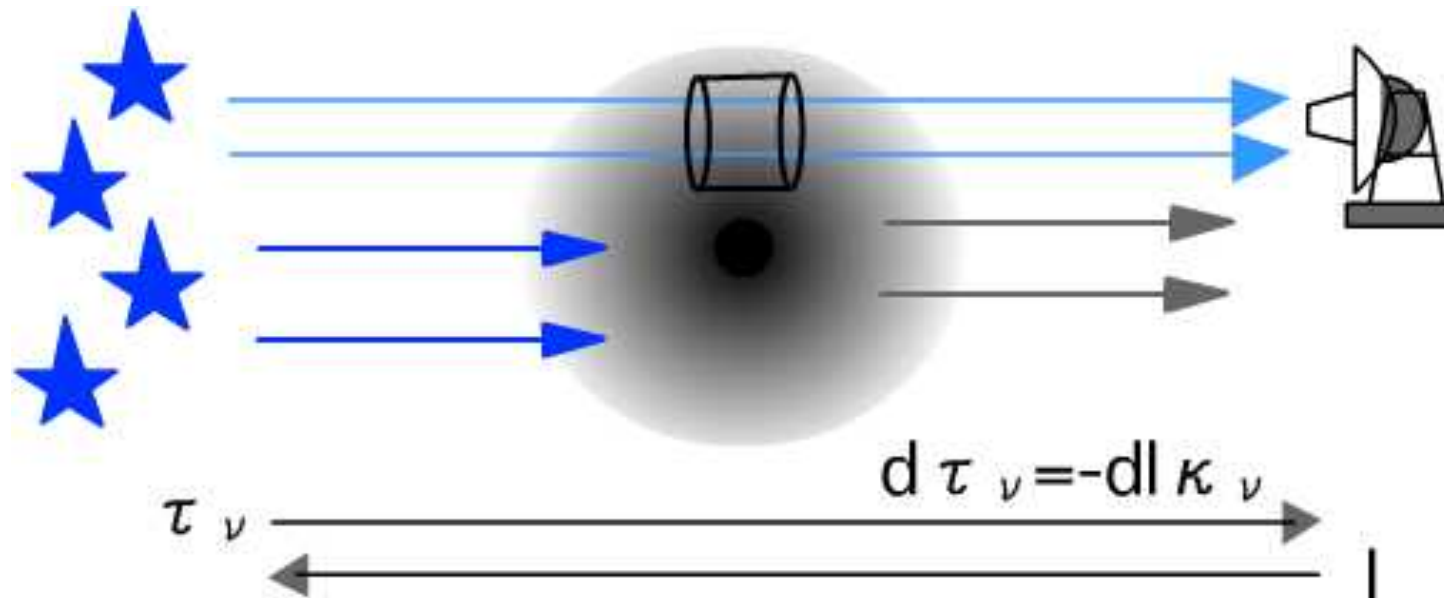
κ_ν : 吸収係数 (absorption coefficient)

τ_ν : 光学的厚み (optical thickness)

S_ν : 源泉関数 (source function)

黒体輻射天体:

$S_\nu = B_\nu(T)$ (プランク関数)



放射体と放射強度

吸収係数一定・放射体一様分布の場合の方程式解

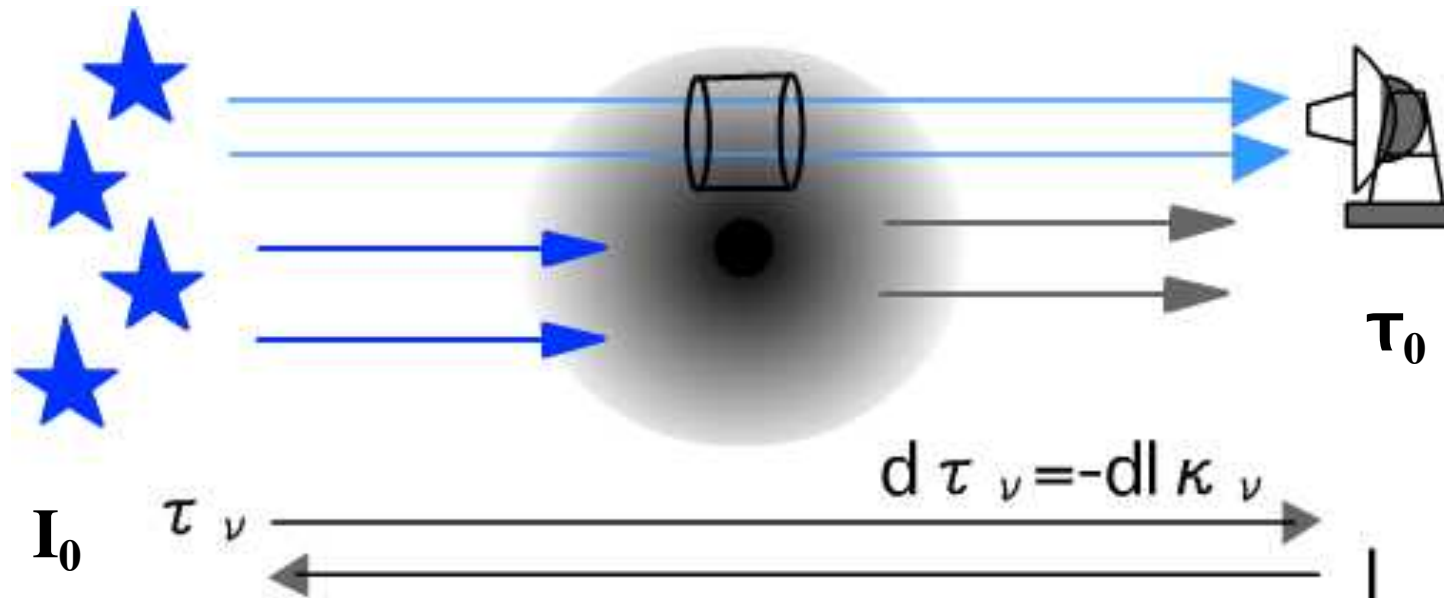
$$I_\nu(\tau_\nu) = I_0 e^{-\tau_\nu} + S_\nu (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad I_0: \text{背景放射強度 } [I_\nu(l=0)]$$

解の確認：

$$I_\nu = I_0 \quad @ \tau_\nu = 0 \quad (\text{背景光源の場所})$$

$$\tau_\nu = I_0 e^{-\tau_0} + S_\nu (1 - e^{-\tau_0}) \quad @ \tau_\nu = \tau_0 \quad (\text{観測者の場所})$$

$$I_\nu(\tau_\nu) \approx I_0(1 - \tau_\nu) + S_\nu \tau_\nu \quad \text{for } \tau_\nu \ll 1$$



復習：放射輸達方程式

2. 天体放射の微視的描像

各エネルギー準位中の粒子数の時間遷移

population equation

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -(A_{ij} + C_{ij} + I_\nu B_{ij})n_i + (C_{ji} + I_\nu B_{ji})n_j + P_i - \Gamma_i n_i$$

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} = (-A_{ij} + C_{ij} + I_\nu B_{ij})n_i - (C_{ji} + I_\nu B_{ji})n_j + P_j - \Gamma_j n_j$$

$$A_{ji} = -A_{ij}$$

(上位から下位への
自然放射粒子の移動)

アインシュタイン係数 (Einstein coefficient)

A_{12} : 自然発光

(spontaneous emission)

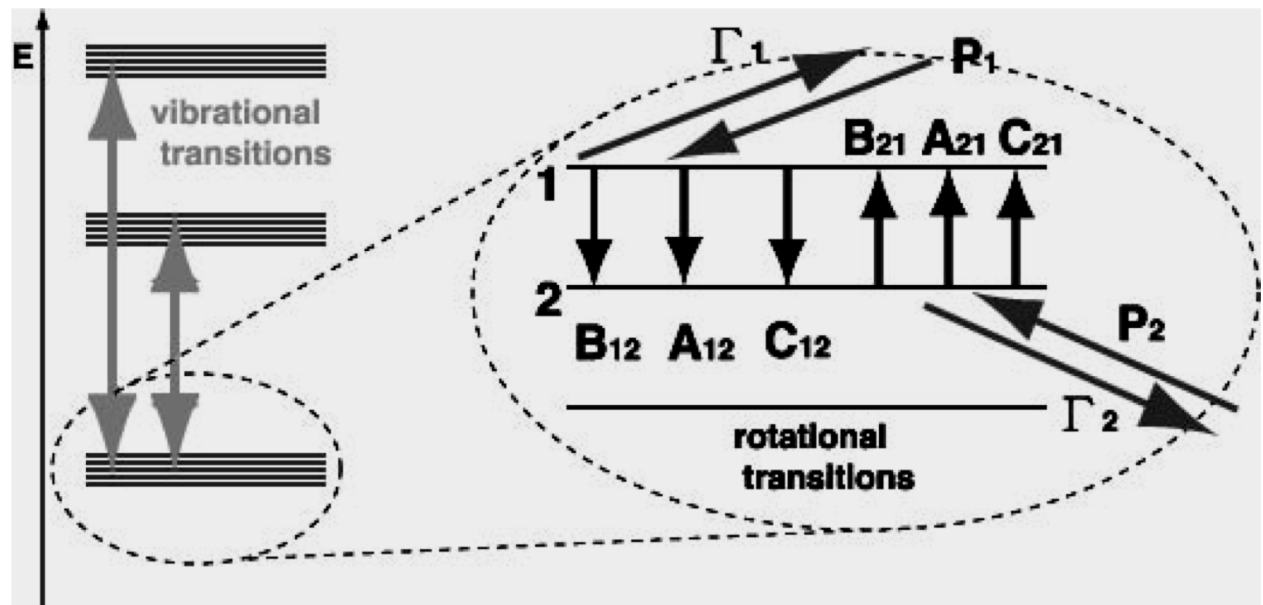
B_{21} : 吸収 (absorption)

B_{12} : 誘導発光

(stimulated emission)

C: 衝突

P, Γ : 他のエネルギー準位粒子とのやりとり



巨視的描像=微視的描像

下記にある
 アインシュタイン係数
 同士の関係を
 自力で導出しなさい

- どんな系でもA, B係数は不変
- 閉鎖系: $I_\nu = S_\nu, P_i = 0, \Gamma_i = 0$
- 熱力学的平衡&統計的平衡

$$S_\nu = B_\nu (\text{Plank's function}), \frac{dn_i}{dt} = 0$$

ボルツマン分布

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \quad g_i: \text{degeneracy deg}$$

$T = T_{ex}$: **excitation temperature**

- 状況1: 光子による相互作用のみ、
 ネルギーレベルは2つのみ

$$C_{ij} = 0$$

I

$$0 = -(A_{12} + I_\nu B_{12})n_1 + I_\nu B_{21}n_2, \quad I_\nu (B_{21}n_2 - B_{12}n_1) = A_{12}n_1$$

$$I_\nu (B_{21} \frac{n_2}{n_1} - B_{12}) = I_\nu B_{12} \left(\frac{B_{21} g_2}{B_{12} g_1} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right) = A_{12}$$

$$\text{when } \frac{B_{21} g_2}{B_{12} g_1} = 1, \quad \frac{h\nu}{kT} \ll 1, \quad I_\nu \approx \frac{A_{12} kT}{B_{12} h\nu} = \frac{2k\nu^2 T}{c^2}, \quad \frac{A_{12}}{B_{12}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}$$

分子間衝突(collision)と放射

- 状況2: 分子間衝突のみ

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = n_2 C_{21} = \frac{\partial n_2}{\partial t} = n_1 C_{12}, \quad n_1 C_{12} = n_2 C_{21}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} \exp^{-\frac{\Delta E}{kT}}, \quad g_1 C_{12} = g_2 C_{21} \exp^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$

異種分子(主に水素)が混じっていても成立

- 状況3: 分子間衝突と自然放射のみ、エネルギーレベルは2つのみ

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\frac{\partial n_2}{\partial t} = 0, \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12}}{C_{21} + A_{21}}$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\frac{\partial n_2}{\partial t} = (-A_{21} + C_{12})n_1 + C_{21}n_2, \quad \frac{\partial N_s}{\partial t} = 0, \quad \text{where } N_s = n_1 + n_2$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12}}{C_{21}} \frac{1}{1 + A_{21}/C_{21}} = \frac{g_2}{g_1} \exp^{-\frac{\Delta E}{kT}} \frac{1}{1 + N_{cr}/N} \quad \text{where } \frac{N_{cr}}{N} = \frac{A_{21}}{C_{21}}$$

衝突が生じる確率は N (系中の総粒子数)に比例

N_{cr} : 臨界密度(critical density)

※宇宙空間では $N_{cr} \cong N_H$

$N_s \gg N_{cr}$ の場合: 本来あるべき分布(=ボルツマン分布)に近づく (つまり熱化される) = 常に放射が観測される

レーザー発光＝非LTE状態のたまたもの

- ボルツマン分布からのずれ
 - あるエネルギー順位への僅かながらの過剰な粒子供給
 - エネルギー状態分布の上下反転 (**level inversion**)
 - 緩和(熱化)されずその反転状態がある期間維持される
 - **レーザー放射>>ボルツマン分布から期待される熱的放射**

- 実際の星間ガス

- 閉鎖系ではない
- 2-3レベル系ではレーザーは説明できない

2エネルギーレベル系ではレーザーを説明できない理由は？

エネルギー供給源＋エネルギー開放源＝熱浴 (**heat bath**)

- 確率は地球上よりずっと小さいが、
水素原子／分子との間の衝突はある
- 宇宙空間 (~3K) もまた熱浴とみなせる

状態個数方程式からメーザーを理解する

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} &= -(A_{ij} + C_{ij} + I_\nu B_{ij})n_i + (C_{ji} + I_\nu B_{ji})n_j + P_i - \Gamma_i n_i \\ &= P_j - \Gamma_j n_j - A_{ij} n_i - I_\nu (B_{ji} n_j - B_{ij} n_i) - (C_{ji} n_j - C_{ij} n_i) \end{aligned} \quad (g_i = g_j)$$

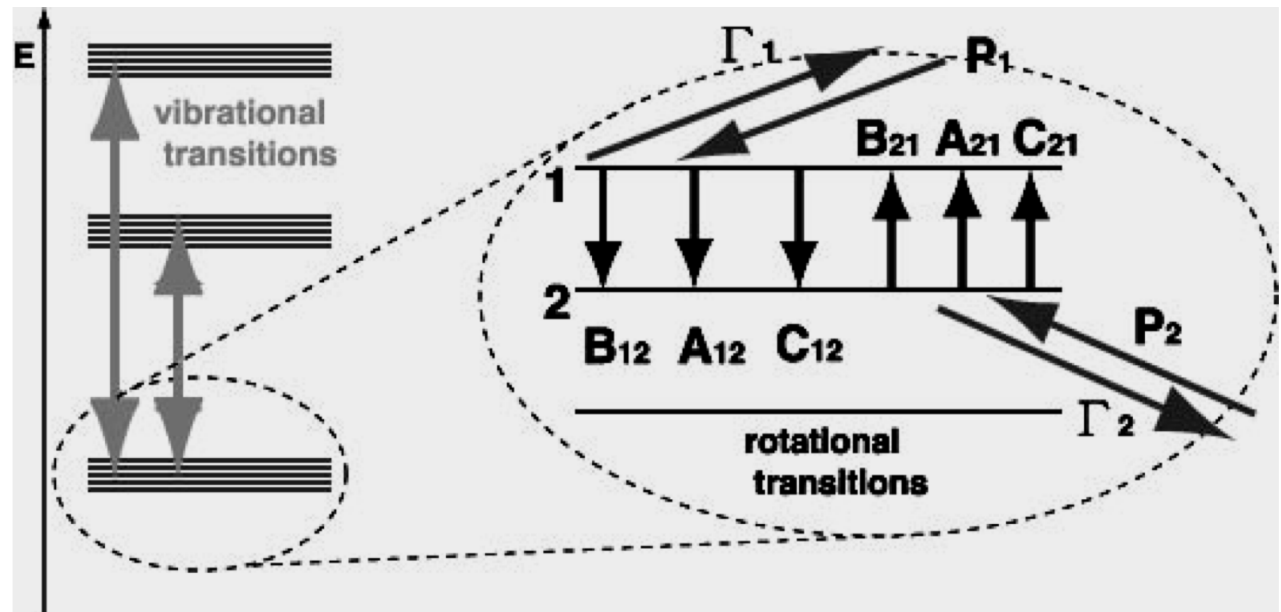
平衡状態

$$0 = P_j - \Gamma_j n_j - A_{ij} n_i - I_\nu (B_{ji} n_j - B_{ij} n_i) - C_{ji} [n_j - n_i \exp(-\Delta E / kT)]$$

$$0 = P_i - \Gamma_i n_i - A_{ji} n_j + I_\nu (B_{ji} n_j - B_{ij} n_i) + C_{ji} [n_j - n_i \exp(-\Delta E / kT)]$$

$$\Gamma_i \approx \Gamma_j \equiv \Gamma$$

想定している loss rate
に関わる放射は赤外線
(ΔE がメーザー放射の $h\nu$
よりずっと大きい)



状態個数方程式に見るEレベル分布の反転

$$A_{ij}, A_{ji} \ll \Gamma \text{ and } C_{ij}, C_{ji} \ll \Gamma$$

$$n_i + n_j \equiv n\phi(\nu) \text{ where } \phi = (P_i + P_j)/\Gamma$$

Profile function $\phi(\nu) = (\pi^{1/2} \Delta\nu_D)^{-1} \exp\left\{-\left[(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D\right]^2\right\}$

$$\Delta n = n_j - n_i = \frac{\Delta n_0}{1 + I_\nu/I_s} \phi(\nu) \text{ where } \Delta n_0 = \Delta P/\Gamma, \Delta P = P_j - P_i$$

Saturation intensity scale $I_s = \Gamma/2B_{ji}$

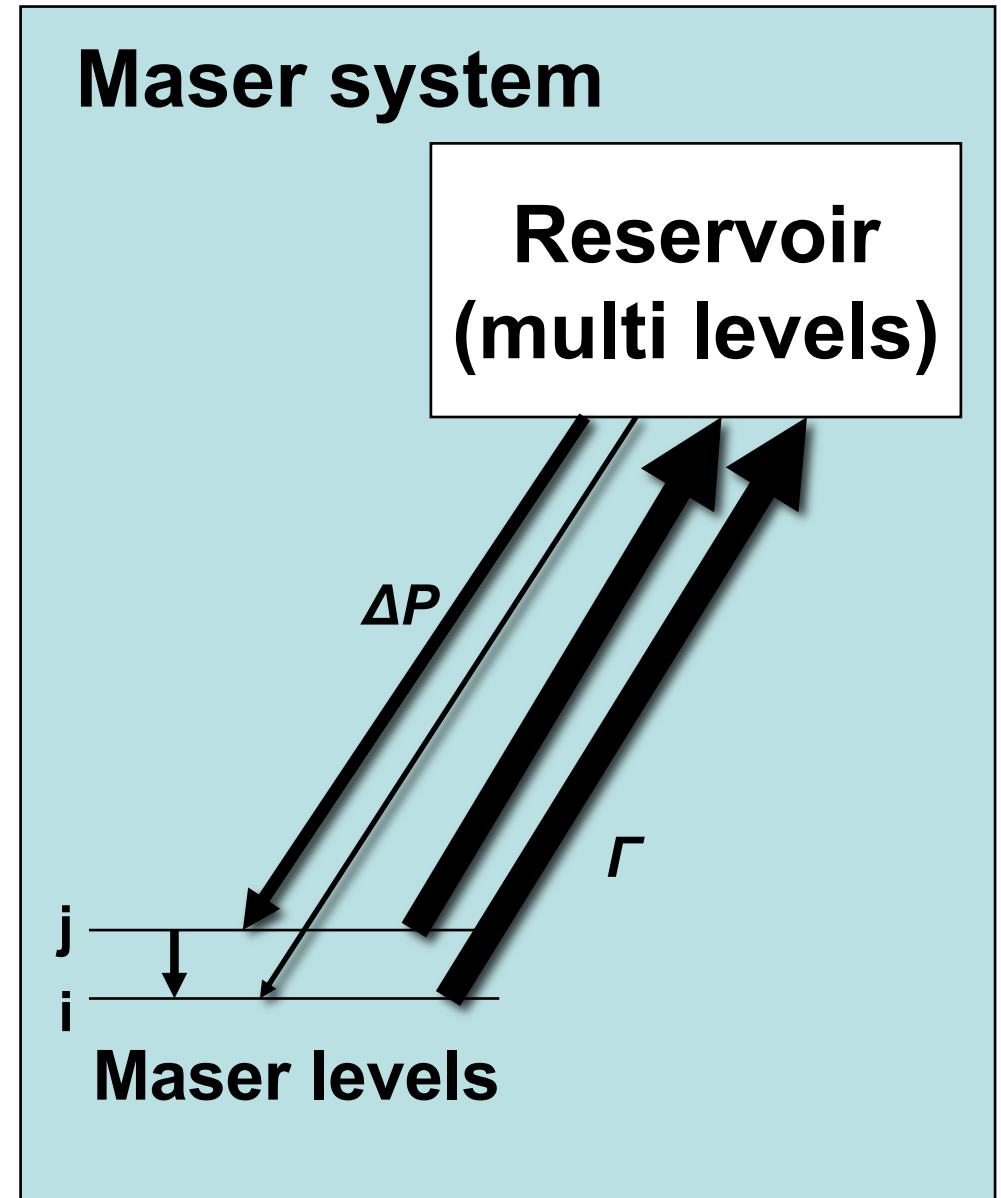
Inversion process efficiency $\eta = \frac{\Delta P}{P_j + P_i} = \frac{\Delta n_0}{n}$

- $\Delta P > 0$ でレベル分布反転
- $I_\nu \gg I_s$ では熱化されてレベル分布反転解消

上記青枠の式を導出しなさい

Reservoir (heat bath)

- メーザーレベルでの 粒子状態数はreservoir (熱浴)の性質で決まる。
- 与えられた粒子状態数 (+ 輻射場)によってメーザー強度が計算される
- 前提:
メーザー放射によってreservoirの性質は影響を受けない



メーザー強度をどうやって計算するの？

- より正確なpopulation equation: 三次元的に扱う

Angle averaged intensity

$\Delta\Omega$: maser beam solid angle

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega \approx \frac{\Delta\Omega}{4\pi} I_\nu, \quad \bar{J} = \int J_\nu \phi(\nu) d\nu$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = P_j - \Gamma_j n_j - A_{ij} n_i - J_\nu (B_{ji} n_j - B_{ij} n_i) - (C_{ji} n_j - C_{ij} n_i)$$

天体表面から我々に向かって来る放射 I_ν を知りたい

(背景放射がない場合) \uparrow

Source function $S_\nu = \varepsilon_\nu / \kappa_\nu$ と光学的厚みを把握したい

$$dl_\nu = \varepsilon_\nu dl = dl n_j A_{ji} h\nu \phi_j(\nu) / 4\pi$$

$$-dl_\nu = \kappa_\nu I_\nu dl = dl B_{ij} I_\nu n_i h\nu \phi_i(\nu) / 4\pi - dl B_{ji} I_\nu n_j h\nu \phi_j(\nu) / 4\pi$$

$$\approx dl B_{ji} I_\nu \Delta n h\nu \phi(\nu) / 4\pi \quad (\phi_i \approx \phi_j \approx \phi, B_{ij} \approx B_{ji}, C_{ij} \ll B_{ij} J_\nu)$$

$$S_\nu \approx \frac{n_j}{\Delta n} \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \quad \Delta n = \frac{\Delta n_0}{1 + J_\nu / J_s} \phi(\nu)$$

$$\Delta n_0 = \Delta P / \Gamma, \quad J_s = \Gamma / B_{ji}$$

これらを同時に解く!?

Escape probability method

- Radiative transfer eq. を population eq. から分離する
V.V. Sobolev (1958) が導入

- **Escape probability β** : 光子がガス雲から逃げ出す確率の指標

$\bar{J} = S(1 - \beta)$ 完全に光学的に厚い場合: $\beta \approx 0, \bar{J} \approx S$

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} = -n_j A_{ji} - \bar{J}(n_j B_{ji} - n_i B_{ij}), \quad S_\nu = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \frac{1}{n_i/n_j - 1} \quad \therefore \frac{\partial n_j}{\partial t} = -\beta_{ji} A_{ji} n_j$$

- 観測される放射強度: radiative transfer eq. より

$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta d\Omega, \quad \frac{dI_\nu}{dl} = \frac{\nabla \cdot F_\nu}{4\pi}, \quad \nabla \cdot F_\nu = 4\pi\kappa_\nu (S_\nu - J_\nu)$$

$$L_\nu = \int \nabla \cdot F_\nu dS = 4\pi \int \varepsilon_\nu \beta dV \quad (\text{天体表面で面積分})$$

上記青枠の式を導出しなさい

下式で極限状態を調べなさい

- **Escape factor** $\langle \beta \rangle = \langle \exp(-\tau) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \exp(-\tau') d\tau' = \frac{1 - \exp(-\tau)}{\tau}$

Large velocity gradient (LVG)近似

- 任意の場所からの放射は吸収されずに外へ抜けられる

- Sobolev length s :**

$$|v_z(P') - v_z(P)| < \Delta v_D \text{ in } [z-s, z]$$

$$s \frac{\partial v_z}{\partial z} = \Delta v_D$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{v}{r} \sin^2 \theta + \frac{dv}{dr} \cos^2 \theta$$

$$z = r\mu \quad \text{where } \mu \equiv \cos \theta$$

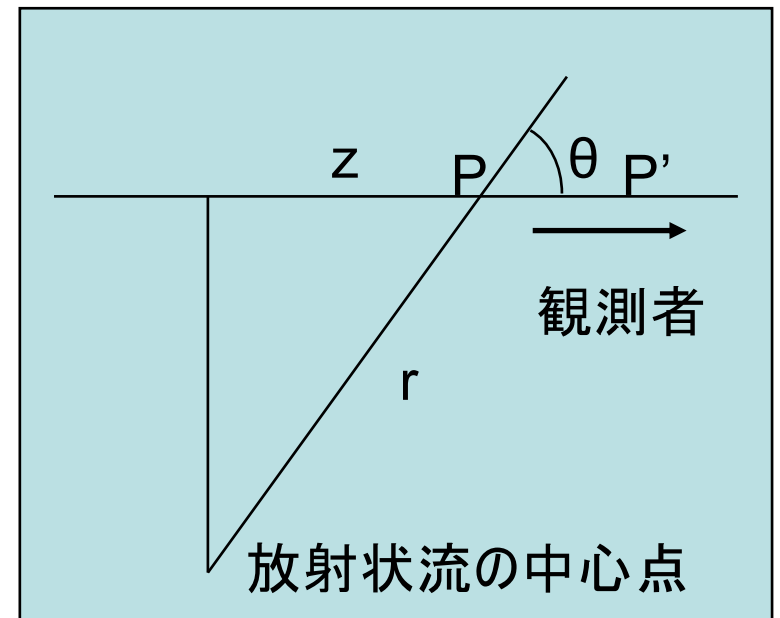
$$v_z(P) = \mu v(r)$$

- Logarithmic velocity gradient**

$$\varepsilon_r \equiv \frac{\partial \ln v}{\partial \ln r} = \frac{r}{v} \frac{\partial v}{\partial r}$$

$$s = \frac{\Delta v_D / v}{1 - \mu^2 (1 - \varepsilon_r)} r$$

上記赤枠の式を導出しなさい



LVG近似下の放射強度

$$I_\nu(\tau_\nu) = S_\nu (1 - e^{-\tau_\nu}) = S_\nu [1 - \exp(-\kappa_\nu s)] \quad \bar{J} \equiv S(1 - \langle \beta \rangle)$$

$$\langle \beta \rangle = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \int_0^s \exp(-\kappa l) \frac{dl}{s} = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \frac{1 - \exp[-\tau(\mu)]}{\tau(\mu)}, \quad \tau(\mu) \equiv \kappa s$$

$$\tau(\mu) = -\frac{hcr}{4\pi\nu} B_{ji} \Delta n [1 - \mu^2(1 - \epsilon_r)]^{-1} \quad \Delta n < 0 \text{ for thermal emission}$$

レポートその1:

様々な ϵ_r について $\tau(\mu)$ を計算し、 μ の関数として図示しなさい。

レポートその2:

放射状に質量放出する恒星から観測されるメーザーの強度が近似的に $\tau(\mu)$ に比例すると考えた時、SiOメーザースポット群(ϵ_r 大)やOHメーザースポット群(ϵ_r 小)の見え方について考察しなさい。

レーザー増幅

κ や τ は負の値をとるが符号は無視する

$$\kappa_v = B_{ji} \Delta n h \nu \phi(\nu) / 4\pi = \frac{\kappa_{0v}}{1 + J_v / J_s} \quad \text{where } \kappa_{0v} = B_{ji} \Delta n_0 h \nu \phi(\nu) / 4\pi$$

Conversion efficiency factor

$$e_v \equiv \frac{J_s}{J_v + J_s}, \quad \kappa_v = \kappa_{0v} e_v$$

- $J_v \ll J_s$ or $e_v \approx 1$: **不飽和 (unsaturated) レーザー**
 $\kappa_v \approx \kappa_{0v}$: κ_v は J_v に支配されない
- $J_v \gg J_s$ or $e_v \approx J_s / J_v$: **飽和 (saturated) レーザー**
 $\kappa_v \approx J_s \kappa_{0v} / J_v$: κ_v は J_v に反比例

$$S_v \approx \frac{n_j A_{ji}}{\Delta n B_{ji}}, \quad S_0 = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1+\eta}{2\eta} \quad \eta: \text{population inversion efficiency}$$

S_0 が満たす条件 $I_v = (S_0 + I_e) \exp(\kappa_{0v} l) - S_0$ I_e : external input

$I_e = 0$ の場合 $I_v(\tau_v) = \frac{\epsilon_v}{\kappa_v} [1 - \exp(-\kappa_v s)] = \epsilon_v l \frac{\exp \tau_v - 1}{\tau_v} \propto \boxed{\exp \tau_v}$

飽和(saturation)状態のメーザー

$$I_\nu \kappa_\nu (\text{maser}) \Rightarrow B_{ji} I_\nu \Delta n h \nu \phi(\nu) / 4\pi = B_{ji} J_\nu \Delta n h \nu \phi(\nu) = h \nu \Phi_\nu e_\nu$$

$$\Phi_\nu = B_{ji} J_S \Delta n_0 \phi(\nu) = \frac{\Delta P}{2} = \eta P, \quad \text{where } P = \frac{P_i + P_j}{2}$$

$$L_\nu (\text{maser}) \Rightarrow \int F_\nu dA = \int \nabla \cdot F_\nu dV = h \nu \int \Phi_\nu e_\nu dV \\ = \eta h \nu P V \phi(\nu) = 4\pi \kappa_{0\nu} J_S V$$

$$\nabla \cdot F_\nu = h \nu \Phi_\nu e_\nu \quad \text{強度は増幅長に比例して大きくなる}$$

飽和メーザーでは、どんな状態数くみ上げにおいても
くみ上げの仕方にも依存する効率をもって
メーザー光子を作り出す。



メーザー強度はreservoirの
状態数くみ上げ効率にも依存する